2021 年兰州大学 数学与交叉学科论坛





中国・甘肃・兰州 2021年9月24-26日

主办单位

甘肃应用数学中心

国家天元数学西北中心

兰州大学数学与统计学院







目录

会议组织委员会04
会议日程
特邀报告题目与摘要
国家天元数学西北中心简介
兰州大学数学与统计学院简介

2021 年兰州大学数学与交叉学科论坛

组织委员会主席:

李万同教授 兰州大学 组织委员会成员:

邓伟	韦华	教	授	兰州大学
魏	婷	教	授	兰州大学
李周	哥平	教	授	兰州大学
张	亮	副教	效授	兰州大学
梁兆	ΚŒ	博	\pm	兰州大学
刘雪	昏瑞			

会议日程						
2021 年 9 月 25 日(星期六) 地点:理工楼 631						
8:30-9:20	数学视角下的电子结构模型与计算 报告人:周爱辉研究员(中国科学院数学与系统科 学研究院)	主持人:邓伟华 教授				
9:20-10:10	脑网络组图谱及其在脑认知和脑疾病研究中的应用 报告人:蒋田仔 院士(中国科学院自化研究所)	主持人:李万同 教授				
10:10-10:20	茶歇					
10:20-11:10	Random Batch Methods for Molecular Dynamics (腾讯ID: 940 585 521) 报告人: 金石 院士 (上海交通大学)	主持人:邓伟华 教授				
11:10-12:00	基于数据和机理的信息提取的理论与算法 报告人: 程晋 教授 (复旦大学)	主持人: 魏婷 教授				
午餐(丹桂苑二楼)						
14:30-15:20	Point of Interest Recommendation (腾讯ID: 940 585 521) 报告人: 荆炳义 教授 (南方科技大学)	主持人:李周平 教授				
15:20-16:10	Quantile Correlation-Based Variable Selection 报告人: 唐年胜 教授 (云南大学)	主持人:李周平 教授				
16:10-16:30	茶歇					
16:30-17:20	Conforming Finite Element Gradgrad and Divdiv Complexes (腾讯ID: 940 585 521) 报告人: 胡俊 教授 (北京大学)	主持人:邓伟华 教授				
晚餐(长城建国饭店)						

会议日程							
20211 年 9 月 26 日(星期日)地点:大学生活动中心							
09:00-11:30	甘肃应用数学中心学术委员会扩大会议暨数学 与交叉学科交流会	主持人:李万同 教授					
午餐(长城建国饭店)							
14:30-15:30	大数据学术创新链 报告人:张平文 院士 (北京大学)	·洲实 主持人: 李万同 教授					
15:30-16:30	AI的10个重大数理基础问题 报告人:徐宗本 院士 (西安交通大学、琶洲实 验室)						
16:30-17:30	 圆周率计算与现代计算数学(腾讯ID: 842 384 227) 报告人:汤涛院士(北京师范大学-香港浸会大学联合国际学院、南方科技大学) 						
晚餐(长城建国饭店)							

特邀报告题目与摘要(字母为序)

基于数据和机理的信息提取的理论与算法

程晋 教授(复旦大学)

科学技术的快速发展,产生了大量的数据。如何从数据中有效地提取信息是 目前人工智能、机器学习等领域的一个关键问题。从数学的角度看,存在一些本 质性的难点需要克服。例如,1、大量带有"大"的随机误差的数据如何利用数 据量来获得高精度的函数;2、在一些无法观测或者很难观测数据的区域,如何 获取有用的信息。针对这两个难点问题,我们提出了:1、基于正则化方法的快 速在线数据处理方法,得到了用数据量换取函数精度的快速有效算法;2、在无 法或者很难得到数据的地方,如何利用物理机理"微分方程",重构未知函数的 理论和算法,并给出了相应的指示函数,用于刻画近似解与真解的逼近程度。

Conforming Finite Element Gradgrad and Divdiv Complexes

胡俊 教授(北京大学)

This talk consists of two parts. The first part considers the finite element method of the so called linearized Einstein-Bianchi system from [1]:

$$\dot{\mathbf{E}}$$
 + curl \mathbf{B} = 0, div \mathbf{E} = 0,
 $\dot{\mathbf{B}}$ - curl \mathbf{E} = 0, div \mathbf{B} = 0,

with symmetric and traceless tensor fields **E** and **B**. Introducing a new variable $\sigma(t) = \int_0^t \text{div div E ds}$, the linearized Einstein-Bianchi system can be

- 7 -

realized as a Hodge wave equation [1]

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \operatorname{div} \operatorname{div} \mathbf{E}, \\ (0.1) & \dot{\mathbf{E}} &= -\operatorname{grad} \operatorname{grad} \sigma - \operatorname{sym} \operatorname{curl} \mathbf{B}, \\ \dot{\mathbf{B}} &= \operatorname{curl} \mathbf{E}. \end{aligned}$$

Given initial conditions $\sigma(0)$, E(0) and B(0), and with appropriate boundary conditions, the equation (0.1) is well-posed [1].

The mixed finite elements for the linearized Einstein-Bianchi system is closely related to the discretization of an associated differential complex. Such a Gradgrad-complex, introduced in [2] to derive a Helmholtz-like decomposition for biharmonic problems in \mathbb{R}^3 , is given by

(0.2)
$$P_1(\Omega) \xrightarrow{\subset} H^2(\Omega; \mathbb{R}) \xrightarrow{\text{grad grad}} H(\text{curl}, \Omega; \mathbb{S}) \xrightarrow{\text{curl}} H(\text{div}, \Omega; \mathbb{T})$$
$$\xrightarrow{\text{div}} L^2(\Omega; \mathbb{R}^3) \longrightarrow 0,$$

where the space $H(\operatorname{div}; \Omega, \mathbf{T})$ consists of square-integrable tensors with square-integrable divergence, taking value in the space \mathbf{T} of traceless matrices. The complex is exact provided that the domain Ω is contractible and Lipschitz [2], that is, the range space of each map is the kernel space of the succeeding map. The purpose of this part is to construct conforming finite element spaces $U_h \subset H^2(\Omega; \mathbf{R}), \Sigma_h \subset H(\operatorname{curl}, \Omega; \mathbf{S}), V_h \subset H(\operatorname{div}, \Omega; \mathbf{T})$ and $Q_h = L^2(\Omega; \mathbf{R}^3)$ such that

$$(0.3) P_1(\Omega) \xrightarrow{\subset} U_h \xrightarrow{\operatorname{grad} \operatorname{grad}} \Sigma_h \xrightarrow{\operatorname{curl}} V_h \xrightarrow{\operatorname{div}} Q_h \longrightarrow 0$$

is an exact sub-complex of (0.2). See [3] for more details. The second part introduces a new family of mixed finite elements for solving a mixed formulation of the biharmonic equations in two and three dimensions. The symmetric stress $\sigma = -\nabla^2 u$ is sought in the Sobolev space $H^2(\operatorname{div}\operatorname{div},\Omega;\mathbf{S})$ simultaneously with the displacement u in $L^2(\Omega)$.

Stemming from the structure of $H(\operatorname{div}, \Omega; S)$ conforming elements for the linear elasticity problems proposed by Hu and Zhang [6, 7],see also [5], the $H^2(\operatorname{div} \operatorname{div}, \Omega; S)$ conforming finite element spaces are constructed by imposing the normal continuity of $\operatorname{div} \sigma$ on the $H(\operatorname{div}, \Omega; S)$, conforming spaces of P_k symmetric tensors. The inheritance makes the basis functions easy to compute. The discrete spaces for u are composed of the piecewise P_{k-2} polynomials without requiring any continuity. Such mixed finite elements are inf-sup stable on both triangular and tetrahedral grids for $k \ge 2$, and the optimal order of convergence is achieved. Besides, the superconvergence and the postprocessing results are displayed. More details can be found in [4].

References

[1] Vincent Quenneville-Belair, A New Approach to Finite Element Simulations of General Relativity, ProQuest LLC, Ann Arbor, MI, 2015, Thesis (Ph.D.)–University of Minnesota.

MR 3450102.

[2] Dirk Pauly and Walter Zulehner, The divDiv-complex and applications to biharmonic equations, Appl. Anal. 99 (2020), no. 9, 1579–1630. MR 4113080.

[3] J. Hu and Y. Liang, Conforming discrete Gradgrad complexes in three dimensions,

Volume 90, Number 330, July 2021, Pages 1637–1662.

[4] J. Hu, R. Ma, and M. Zhang, A family of mixed finite elements for the bi-harmonic equations on triangular and tetrahedral grids, aXiv: 2010.02638 V1 [math. NA], 2020, Science China Mathematics, 2021.

[5] J. Hu. Finite element approximations of symmetric tensors on simplicial grids in \mathbb{R}^n : the higher order case. J. Comput. Math. 33 (2015), 283–296.

[6] J. Hu and S. Zhang. Afamily of conforming mixed finite elements for linear elasticity on triangular grids. arXiv:1406.7457, 2014.

[7] J. Hu and S. Zhang. A family of symmetric mixed finite elements for linear elasticity on tetrahedral grids. Sci. China Math.

脑网络组图谱及其在脑认知和脑疾病研究中的应用

蒋田仔 院士 (中国科学院自化研究所)

脑图谱是研究脑结构与高级认知功能之间关系不可或缺的工具,脑图谱的绘制也 正在从单一的解剖结构描述到集成结构、功能和连接模式等多种知识的多模态图 谱。利用多模态活体脑磁共振成像数据和基于连接模式的脑区亚区划分方法,我 们绘制出全新的人类脑图谱,即脑网络组图谱。脑网络组图谱为加深人们对于人 类精神和心理活动的认识,为理解人脑结构和功能开辟新途径。本报告首先介 绍脑网络组和脑网络组图谱的研究背景和研究内容,包括脑网络组的定义,脑 网络组与脑连接组的区别,脑网络组的主要研究方向,脑网络组图谱绘制的思想 以及与现有脑图谱发的本质区别等方面;然后介绍如何从脑网络组图谱在宏观尺 度解析记忆、语言和情绪等高级认知功能的脑网络基础以及脑网络组图谱在脑疾 病早期预测和精准治疗中的应用;最后对未来研究方向进行总结和展望。

Random Batch Methods for Molecular Dynamics

金石 院士(上海交通大学)

We first develop random batch methods for classical interacting particle systems with large number of particles. These methods use small but random batches for particle interactions, thus the computational cost is reduced from $O(N^2)$ per time step to O(N), for a system with N particles with binary interactions. For one of the methods, we give a particle number independent error estimate under some special interactions.

This method is also extended to molecular dynamics with Coulomb interactions, in the framework of Ewald summation. We will show its superior performance compared to the current state-of-the-art methods (for example PPPM) for the corresponding problems, in the computational efficiency and parallelizability.

Point of Interest Recommendation

荆炳义 教授(南方科技大学)

With the rapid development of wireless communication technologies, location-based social networks, such as Foursquare and Gowalla, have become very popular. This makes it possible to mine user's preference on locations and provided favourite recommendations. However, check-in data is sparse, long-tail, temporal and sociability. In this talk, we consider recommendation system using tensor method for handling such types of data with various techniques. Experiments on a real check-in database show that the proposed method can offer better location recommendation. The work is done jointly with Yiyuan LIU, and Ya WANG.

Quantile Correlation-Based Variable Selection

唐年胜 教授(云南大学)

This paper is concerned with identifying important features in high dimensional data especially analysis, when there are complex relationships among predictors. Without any specification of an actual model, we first introduce a multiple testing procedure based on the quantile correlation to select important predictors in high dimensionality. The quantile-correlation statistic is able to capture a wide range of dependence. A stepwise procedure is studied for further identifying important variables. Moreover, a sure independent screening based on the quantile correlation is developed in handling ultrahigh dimensional data. It is computationally efficient and easy to implement. We establish the theoretical properties under mild conditions. Numerical studies including simulation studies and real data analysis contain supporting evidence that the proposal performs reasonably well in practical settings.

圆周率计算与现代计算数学

汤涛 院士(北京师范大学-香港浸会大学联合国际学院、南方科技

大学)

AI 的 10 个重大数理基础问题

徐宗本 院士(西安交通大学、琶洲实验室)

本报告阐述人工智能研究与应用中凾待解决的 10 个重大数理基础问题:(1) 大数据的统计学基础;(2)大数据计算的基础算法;(3)数据空间结构与特性;(4) 深度学习的数学机理;(5)非正规约束下的最优输运问题;(6)如何学习学习方法 论;(7)如何突破机器学习的先验假设;(8)机器学习自动化问题;(9)知识推理 与数据学习的溶合;(10)算法驱动的人工智能芯片。我们也简要介绍对每一问题 的国内外研究进展。

大数据学术创新链

张平文 院士(北京大学)

高水平研究型大学是国家战略科学力量,大学如何开展有组织的科研服务国家战略,实现创新链与产业链对接,本报告提出学术创新链的概念,以大数据领域为例阐述学术创新链的内涵和组织形式,并介绍在北京大学的实施情况。

数学视角下的电子结构模型与计算

周爱辉 研究员 (中国科学院数学与系统科学研究院)

第一原理电子结构计算是理解和探索物质机理以及预测材料性质的重要手 段与工具。我们将介绍我们小组从数学角度理解电子结构模型与计算所取得的一 些进展。

国家天元数学西北中心简介

国家天元数学西北中心(以下简称"中心")是国家自然科学基金委员会天 元数学基金为推动中国数学率先赶上世界先进水平、推动中国数学区域、领域均 衡发展而设立的数学研究机构(平台)。

中心的定位是: 依托交大、立足西北、面向全国、放眼世界, 建设数学工作 者与其它学科领域学者深度交叉融合的学术交流中心和数学与数学技术研究中 心。目标是: 逐步将中心建设成为中国数学与其他学科交叉前沿研究基地、国家 重大任务承接地、数学与数学技术研发基地与人才集聚地, 新一代应用数学创新 人才培养基地。

中心的主要任务包括:面向学科前沿开展学术交流,面向国家重大需求组织 重大交叉问题研讨和重大课题研究;实施"天元学者/博士后"项目,促进数学 研究与人才培养的地区平衡;策划并举办"全国应用数学暑期学校"及"全国大 学数学教师暑期学校",促进我国的应用数学发展及中西部地区大学数学教师队 伍的培养。

中心依托西安交通大学,协同西北工业大学、兰州大学、西安电子科技大学、 西北大学、陕西师范大学、新疆大学、西北师范大学、宁夏大学、青海师范大学 等九所西部高校联合建设。中心支持各联建单位开展具有地域特色、符合各校情 况的学术活动。

兰州大学数学与统计学院简介

兰州大学数学学科点创建于 1946年,形成于 20 世纪 50 年代,以陈文塬教授、 陈庆益教授等为学科带头人,在非线性泛函分析、偏微分方程和代数学等三个方 向开展学术研究,形成了优势和特色,于 1984 年获得了基础数学博士授权点, 由此开始为西北地区乃至全国培养了一大批高层次的数学人才。期间,兰州大学 数学学科以基础数学博士点为依托,在持续保持上述三个传统方向优势和特色的 基础上,通过多年的艰苦努力和奋斗,在科学研究、人才培养以及学科建设等方 面取得了突出成绩,逐步发展形成了非局部扩散方程、无穷维动力系统、图论及 其应用、偏微分方程及应用、科学与工程计算方法、概率统计等学科方向,产生 了一批年轻有为的学术带头人,在国内外产生了重要的影响。2001 年获准设立 了数学博士后科研流动站,2003 年获得应用数学博士点,2005 年获准建立了数 学一级学科博士学位授权点。目前,兰州大学数学学科在数学一级博士点培养博 士研究生和硕士研究生,在应用统计方向培养专业学位研究生。

进入本世纪以来,数学学科在队伍建设、科学研究、人才培养、国际合作与 交流等方面取得了很大的成绩。在队伍建设方面,已经形成了结构合理、创新意 识和科研攻关能力强、在诸多领域有重要影响的学术团队。截止目前,有专任教 师 81 人(90%有博士学位),其中博士生导师 19 人、硕士生导师 44 人;教授 26 人、副教授 26 人。国家外专特聘教授 1 人、教育部长江学者讲座教授 3 人, 国家特聘人才计划青年人才 3 人,享受国务院政府津贴 7 人,教育部跨世纪优秀 人才 1 人,教育部高校青年教师奖获得者 2 人,教育部新世纪人才计划获得者 7 人,宝钢教育基金优秀教师奖获得者 4 人,甘肃省领军人才获得者 3 人,甘肃省 "飞天学者"特聘教授 1 人、青年学者 1 人,甘肃省教学名师 1 人,甘肃省 333 科技人才 1 人,甘肃省 555 创新人才 4 人。在科学研究方面,高水平研究论文数 量和影响力稳步提升,获得了一批高水平的科研成果,获甘肃省自然科学一等奖 2 项,二等奖 1 项,三等奖 1 项,甘肃省科技进步奖二等奖 1 项,三等奖 4 项, 教育部高校自然科学二等奖 1 项。2 篇论文分别入选 2008 和 2016 年"中国百篇 最具影响的国际学术论文"。重点项目取得新突破,2008 年国家自然基金重点 项目"应用图论"获准立项,2017 年国家自然基金重点项目"非局部动力系统 及应用"获准立项。平台建设也有了新的发展,批准建立了"甘肃省应用数学中 心"、"甘肃省高校应用数学与复杂系统省级重点实验室",为应用数学与复杂 系统团队的发展提供了有力的支撑。在高层次人才培养方面,培养的学生中有7 人获得杰出青年基金,大多数已经成为本部门的学术带头人或业务骨干,为全国 特别是为西北地区和甘肃省培养了大批数学高级专门人才,对甘肃省的高等数学 教育和发展发挥了不可替代的作用,为其他学科的发展提供了强有力的支撑。在 国际合作与交流方面,数学学科发展迅速、交流活跃,目前在岗的82位教师中, 有近75%的教师有一年以上的出国经历,每年邀请100余名国内外专家学者来校 讲学,60余人次参加国内国际学术会议或讲学,近五年主办或承办国际学术会 议10余次。